

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
AUTOMNE 2024

MAT458 – Théorie quantique

Plan d'activité pédagogique

Lieu de la formation : campus principal

Professeur : Maxence Mayrand

Local : D3-1027-6A

Téléphone : 819-821-8000, poste 66224

Courriel : maxence.mayrand@usherbrooke.ca

Horaire du cours

Jour	Heures	Locaux	Type de séance
lundi	10 h 30 – 12 h 20	D3-2030	Exposé magistral
vendredi	8 h 30 – 9 h 20	D3-2030	Exposé magistral

Périodes de consultation

Mardi de 13 h 30 à 14 h 20 ou sur rendez-vous.

Description officielle de l'activité pédagogique¹

Cibles de formation

S'initier aux fondements mathématiques de la physique quantique.

Contenu

Postulats de la mécanique quantique; superposition; intrication; téléportation; calcul quantique; spin et représentations des groupes; équation de Schrödinger.

Nombre de crédits : 3

Préalables : MAT253 et MAT346

¹<https://www.usherbrooke.ca/admission/fiches-cours/MAT458>

Mise en contexte

L'importance croissante des technologies quantiques, que certains qualifient de révolution quantique, est indéniable. Le Québec s'est particulièrement distingué dans ce domaine, où un réel écosystème quantique s'est développé au cours des dernières années. Des institutions telles que l'Institut Quantique de l'Université de Sherbrooke, le IBM Quantum System One à Bromont (l'un des ordinateurs quantiques les plus performants au monde), le Centre de Collaboration MiQro Innovation à Bromont, ainsi que de nombreuses start-ups à travers la province, ont contribué à placer la province sur la scène internationale de la recherche quantique.

Or, les mathématicien.ne.s jouent un rôle primordial dans cette révolution quantique, en particulier dans le domaine du calcul quantique. En effet, leur profonde compréhension des fondements mathématiques de la physique quantique, alliant des notions d'algèbre, d'analyse et de probabilités, constitue un pilier essentiel de cette discipline.

Cette activité pédagogique offre ainsi aux personnes étudiantes au baccalauréat en mathématiques l'opportunité d'explorer un domaine en pleine expansion en établissant le lien fondamental entre les mathématiques qu'elles maîtrisent et l'univers quantique. Ce cours vise à élargir leurs horizons professionnels, tout en découvrant une application importante, actuelle, et fascinante de leurs connaissances.

Contenu détaillé

1. Notions préliminaires d'algèbre linéaire

- Espaces hermitiens
- Adjoint, opérateurs hermitiens, antihermitiens, normaux, unitaires, et positifs
- Théorème spectral
- Matrices de Pauli
- Produit tensoriel, produit de Kronecker
- Fonctions d'opérateurs normaux
- Diagonalisation simultanée
- Décomposition polaire et en valeurs singulières
- Notation de Dirac

2. Les postulats de la mécanique quantique

- Espaces des états
- Évolution des états
- Mesure quantique
- Principe d'incertitude de Heisenberg
- Formalisme POVM
- Phase
- Systèmes composés
- Superposition

- Intrication
- Théorème d'impossibilité du clonage quantique

3. Opérateur de densité

- Ensembles d'états quantiques
- États purs et mélangés
- Reformulation des postulats
- Trace partielle
- Téléportation quantique
- Purification

4. Inégalité de Bell

- Paradoxe EPR
- Inégalité de Bell et de CHSH
- Jeu de CHSH

5. Calcul quantique

- Qubits, sphère de Bloch
- Circuits quantiques
- Portes quantiques (Hadamard H, Pauli-X-Y-Z, S, T, contrôlées)
- Universalité
- Correction d'erreur de code, formalisme des stabilisateurs

6. Équation de Schrödinger

- Fonctions d'onde
- Interprétation statistique
- Équation de Schrödinger indépendante du temps
- Puits de potentiel
- Oscillateur harmonique quantique
- Atome d'hydrogène
- Spin

Manuels de référence

- [1] P. Bowers. *Lectures on quantum mechanics—a primer for mathematicians*. Cambridge University Press, Cambridge, 2020.
- [2] D. Gottesman. *Stabilizer Codes and Quantum Error Correction*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2004.
- [3] B. Hall. *Quantum theory for mathematicians*. Grad. Texts in Math. 267. Springer, New York, 2013.

- [4] M.A. Nielsen et I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2010.
- [5] L. Susskind et A. Friedman. *Mécanique quantique - Le minimum théorique*. Presses poly. univ. romandes, 2016.
- [6] L.A. Takhtajan. *Quantum mechanics for mathematicians*. Grad. Stud. Math. 95. American Mathematical Society, Providence, RI, 2008.
- [7] P. Woit. *Quantum theory, groups and representations. An introduction*. Springer, Cham, 2017.

L'ouvrage principal de référence pour les sections 1–5 est le livre [4].

Calendrier

Ce tableau contient un projet de calendrier qui est sujet à changer pendant le cours dépendamment de la progression du groupe.

Semaine	Date de début	Thèmes	Évaluations
1	26 août	Section 1	
2	2 septembre	Section 1	
3	9 septembre	Section 2	
4	16 septembre	Section 2	
5	23 septembre	Section 3	
6	30 septembre	Section 3	Devoir 1
7	7 octobre	Section 4 Vendredi : début de la période d'examens périodiques	
8	14 octobre	— Semaine d'examens —	Examen périodique
	21 octobre	— Semaine de relâche —	
9	28 octobre	Section 4	
10	4 novembre	Section 5	
11	11 novembre	Section 5	
12	18 novembre	Section 5	
13	25 novembre	Section 6	Devoir 2
14	2 décembre	Section 6	
	10 décembre	— Période d'examens —	Examen final

Méthode pédagogique

Les trois heures de cours contiendront la partie théorique du contenu ainsi que des exemples. On s'attend à ce qu'en moyenne, les étudiantes et les étudiants consacrent six heures de travail personnel à ce cours hebdomadairement.

Des exercices seront assignés à chaque semaine. Certains de ces exercices se retrouveront dans les évaluations et d'autres seront exposés en détails lors des périodes d'exercices.

Comme tous les étudiantes et les étudiants inscrits à une activité ont une adresse de courriel de l'université, tout message devant être fait par le professeur en dehors des heures de classe sera transmis par courriel à l'alias des étudiantes et des étudiants inscrits à MAT458 (Théorie quantique). Assurez-vous d'[activer](#) votre compte de courrier électronique.

Des documents seront disponibles sur le [site Moodle](#) du cours et les résultats aux évaluations seront disponibles à partir de l'interface [Genote](#).

Évaluation

L'évaluation se fera au moyen de quatre épreuves écrites: deux devoirs et deux examens. Tout le contenu présenté en classe est susceptible d'être évalué lors des examens intra et final.

Évaluations	Dates	Durée	Pondération
Devoirs	voir calendrier		20 %
Examen intra	entre le 11 octobre et le 19 octobre	110 min.	30 %
Examen final	entre le 10 décembre et le 20 décembre	180 min.	50 %

Modalités et critères d'évaluation: Le cours MAT458 (Théorie quantique) porte sur un contenu qui se construit et s'élabore de plus en plus tout au long de la session. Les notions apprises auparavant seront donc reprises à l'examen final.

Les examens comportent des questions « théoriques » qui visent à vérifier l'acquisition des connaissances et leur compréhension et des questions « pratiques » qui visent à vérifier si vous êtes en mesure d'appliquer ces connaissances dans des cas concrets.

Les critères de correction seront la pertinence et la cohérence de la démarche, la rigueur des raisonnements, la clarté, l'exactitude et la précision des solutions aux problèmes et la justesse des calculs.

De plus, il demeure incontestable que le succès aux évaluations est directement relié aux efforts qui ont été consacrés aux exercices. Le travail investi dans la résolution de ceux-ci est donc très important pour l'atteinte des objectifs du cours et pour la réussite aux évaluations.

Remise des travaux exigés: Les devoirs doivent être remis en version papier ou en pdf sur Moodle avant le début de la séance d'exercice à la date mentionnée. Les devoirs peuvent être faits individuellement ou en équipe de deux ou trois personnes. Tout travail qui ne respectera pas ces règles sera refusé et l'étudiante ou l'étudiant recevra une note de zéro pour l'évaluation en question.

Pour toute absence à un examen, tout travail remis en retard ou toute tentative de plagiat, l'étudiante ou l'étudiant recevra une note de zéro pour l'évaluation en question. Sous réserve d'application du règlement facultaire d'évaluation des apprentissages des étudiantes et des étudiants, il n'y aura aucun examen de reprise. En cas d'absence motivée à un des tests, le poids de cette évaluation sera reporté sur l'examen final.

Attribution des cotes :

%	cote
[90, 100]	A+
[85, 90)	A
[79, 85)	A-
[74, 79)	B+
[69, 74)	B
[64, 69)	B-
[58, 64)	C+
[50, 58)	C
[45, 50)	D
[0, 45)	E

Politique du français écrit

Conformément à l'article 17 du règlement facultaire d'évaluation des apprentissages, l'enseignant peut retourner à l'étudiante ou à l'étudiant tout travail non conforme aux exigences quant à la qualité de la langue et aux normes de présentation.

Utilisation d'appareils électroniques

L'utilisation pendant le cours d'ordinateurs, de cellulaires, de tablettes ou de tout autre dispositif s'y apparentant est autorisée, à condition que son utilisation soit uniquement aux fins d'apprentissage. Cette autorisation peut être retirée en tout temps par l'enseignant si l'appareil n'est pas utilisé uniquement à des fins d'apprentissage ou si son utilisation entraîne des abus ou nuit au bon déroulement du cours ou des apprentissages. L'utilisation pendant les évaluations d'ordinateurs, de cellulaires, de tablettes ou de tout autre dispositif s'y apparentant est formellement interdite.

Captation de la voix ou de l'image

Aucune captation de la voix ou de l'image n'est permise sans l'autorisation écrite de l'enseignant et des personnes visées. La diffusion ou l'utilisation non autorisée de la voix ou de l'image de toute personne est formellement interdite. Des sanctions disciplinaires pourraient être imposées à toute personne qui contrevient à la présente.

Politique sur le plagiat

Un document dont le texte et la structure se rapportent à des textes intégraux tirés d'un livre, d'une publication scientifique ou même d'un site Internet doit être référencé adéquatement. Lors de la correction de tout travail individuel ou de groupe, une attention spéciale sera portée au plagiat, tel que défini dans l'extrait des Règlements des études à la page suivante. À titre de sanction disciplinaire, les mesures suivantes peuvent être imposées : a) l'obligation de reprendre un travail, un examen ou une activité pédagogique et b) l'attribution de la note E ou de la note 0 pour un travail, un examen ou une activité évaluée. Tout travail suspecté de plagiat sera référé au responsable des dossiers disciplinaires de la Faculté des sciences.

Ceci n'indique pas que vous n'avez pas le droit de coopérer entre deux équipes, tant que la rédaction finale des documents ou la création d'un programme informatique reste le fait de votre équipe. En cas de doute de plagiat, l'enseignant peut demander à l'équipe d'expliquer les notions ou le fonctionnement du code qu'il considère comme étant plagié. En cas de doute, ne pas hésiter à demander conseil et assistance à l'enseignant afin d'éviter toute situation délicate par la suite.

En cas de problème

Advenant un malaise de toute nature avec l'enseignant du cours ou avec un auxiliaire d'enseignement, vous êtes priés dans un premier temps d'en faire part à l'enseignant afin de clarifier la situation et d'apporter les solutions appropriées, le cas échéant. Si le malaise persiste, vous pouvez par la suite contacter le coordonnateur ou la direction du Département de mathématiques. Dans les cas nécessitant leurs expertises, le secrétaire de faculté ou l'ombudsman des étudiantes et des étudiants pourraient être amenés à contribuer à la résolution de la problématique.



L'intégrité intellectuelle passe, notamment, par la reconnaissance des sources utilisées. À l'Université de Sherbrooke, on y veille!

Extrait du Règlement des études (Règlement 2575-009)

9.4.1 DÉLITS RELATIFS AUX ÉTUDES

Un délit relatif aux études désigne tout acte trompeur ou toute tentative de commettre un tel acte, quant au rendement scolaire ou une exigence relative à une activité pédagogique, à un programme ou à un parcours libre.

Sont notamment considérés comme un délit relatif aux études les faits suivants :

- a) commettre un plagiat, soit faire passer ou tenter de faire passer pour sien, dans une production évaluée, le travail d'une autre personne ou des passages ou des idées tirés de l'œuvre d'autrui (ce qui inclut notamment le fait de ne pas indiquer la source d'une production, d'un passage ou d'une idée tirée de l'œuvre d'autrui);
 - b) commettre un autoplagiat, soit soumettre, sans autorisation préalable, une même production, en tout ou en partie, à plus d'une activité pédagogique ou dans une même activité pédagogique (notamment en cas de reprise);
 - c) usurper l'identité d'une autre personne ou procéder à une substitution de personne lors d'une production évaluée ou de toute autre prestation obligatoire;
 - d) fournir ou obtenir toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle, pour une production faisant l'objet d'une évaluation;
 - e) obtenir par vol ou toute autre manœuvre frauduleuse, posséder ou utiliser du matériel de toute forme (incluant le numérique) non autorisé avant ou pendant une production faisant l'objet d'une évaluation;
 - f) copier, contrefaire ou falsifier un document pour l'évaluation d'une activité pédagogique;
- [...]

Par plagiat, on entend notamment :

- Copier intégralement une phrase ou un passage d'un livre, d'un article de journal ou de revue, d'une page Web ou de tout autre document en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets;
- reproduire des présentations, des dessins, des photographies, des graphiques, des données... sans en préciser la provenance et, dans certains cas, sans en avoir obtenu la permission de reproduire;
- utiliser, en tout ou en partie, du matériel sonore, graphique ou visuel, des pages Internet, du code de programme informatique ou des éléments de logiciel, des données ou résultats d'expérimentation ou toute autre information en provenance d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans en citer les sources;
- résumer ou paraphraser l'idée d'un auteur sans en indiquer la source;
- traduire en partie ou en totalité un texte en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets ;
- utiliser le travail d'un autre et le présenter comme sien (et ce, même si cette personne a donné son accord);
- acheter un travail sur le Web ou ailleurs et le faire passer pour sien;
- utiliser sans autorisation le même travail pour deux activités différentes (autoplagiat).

Autrement dit : mentionnez vos sources
